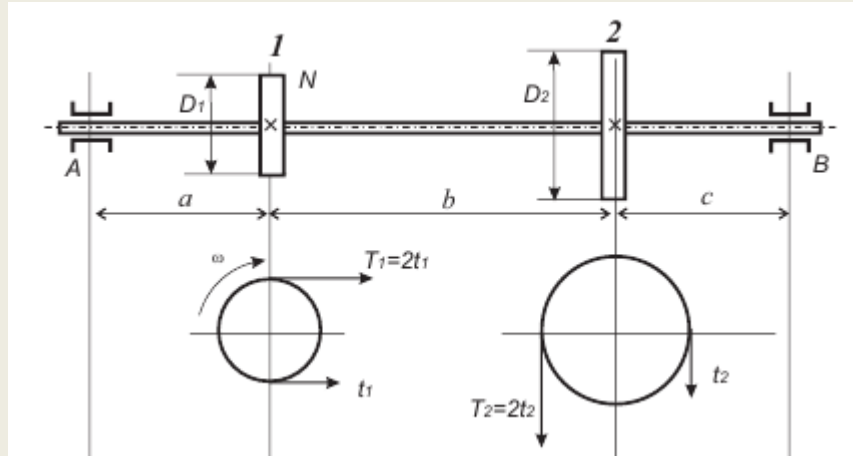


Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал (контрпривод - звено в ременных приводах, служащее для передачи вращения от двигателей к рабочим органам машины)

Конструктивная схема вала



Исходные данные: мощность $N=31,4$ кВт, частота $n=300$ об/мин, диаметры шкивов $D_1=0,5$ м; $D_2=1,0$ м, длины участков вала $a=0,5$ м; $b=1,0$ м; $c=0,5$ м, допускаемые напряжения $[\sigma]=70$ МПа

Подобрать диаметр вала d [мм]

Шкив 1 – ведущая передача, получает вращение от двигателя

Шкив 2 – ведомая передача, передает вращение на рабочие органы

Шкив с диаметром D_1 делает n оборотов в минуту и подает на вал мощность N кВт. Шкив диаметра D_2 передает мощность N на рабочие органы машины.

Мощность, подаваемая на вал от двигателя

$$N \quad [Вт] = [дж/сек] = [н \cdot м/сек]$$

Связь мощности с угловой скоростью и моментом на валу

$$N = M \cdot \omega$$

Для рабочего режима, мощность подаваемая на вал от двигателя равна мощности, передаваемой от вала на рабочие органы. Условие динамического равновесия: $M_1 = M_2$

Это условие обеспечивает постоянную частоту вращения вала $n = const$ [об/мин]

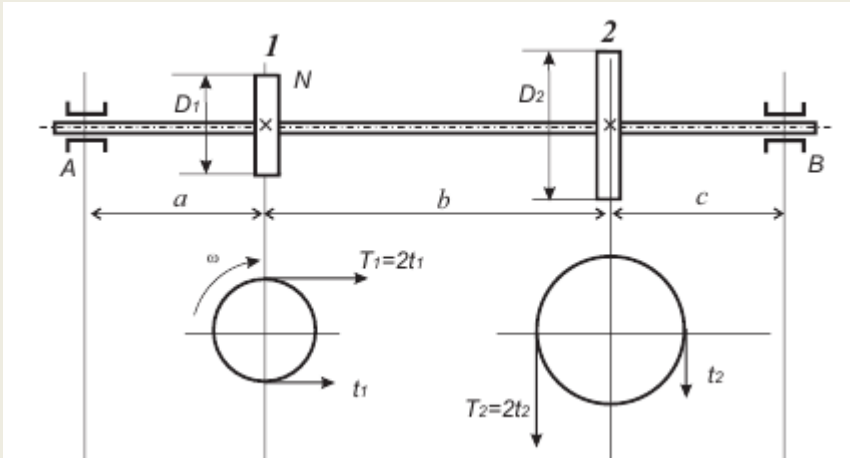
Связь частоты вращения с угловой скоростью

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = const \quad [рад/сек] = [с^{-1}]$$

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал (контрпривод - звено в ременных приводах, служащее для передачи вращения от двигателей к рабочим органам машины)

Конструктивная схема вала



Исходные данные: мощность $N=31,4$ кВт, частота $n=300$ об/мин, диаметры шкивов $D_1=0,5$ м; $D_2=1,0$ м, длины участков вала $a=0,5$ м; $b=1,0$ м; $c=0,5$ м, допускаемые напряжения $[\sigma]=70$ МПа

Подобрать диаметр вала d [мм]

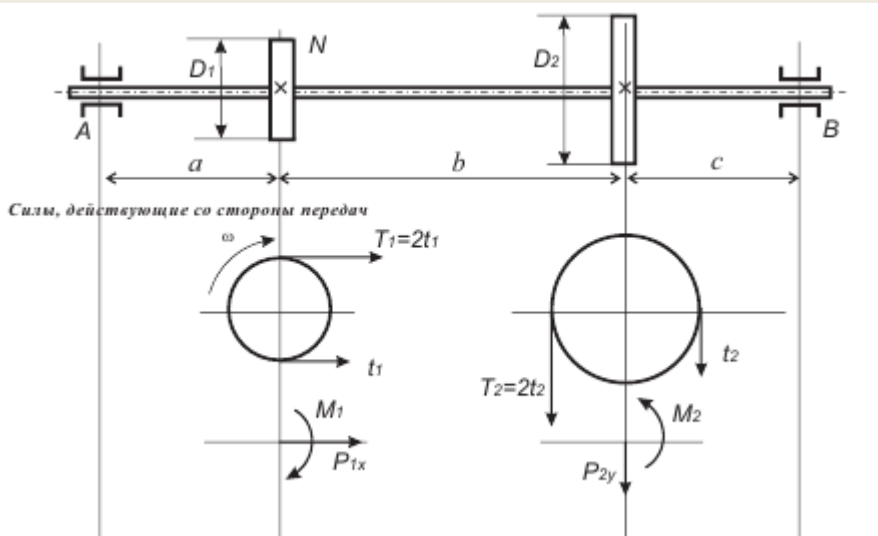
Требуется:

- определить моменты, приложенные к шкивам;
- определить окружные усилия, действующие на шкивы;
- определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях;
- построить расчетную схему вала;
- построить эпюру крутящих моментов;
- построить эпюры изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил (поперечными силами пренебрегаем);
- построить эпюру суммарных изгибающих моментов;
- построить эпюру эквивалентных моментов, используя 3-ю теорию прочности;
- найти опасное сечение и определить максимальный эквивалентный момент;
- подобрать диаметр вала d из условия прочности.

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал

Конструктивная схема вала



Исходные данные: мощность $N=31,4$ кВт, частота $n=300$ об/мин, диаметры шкивов $D_1=0,5$ м; $D_2=1,0$ м, длины участков вала $a=0,5$ м; $b=1,0$ м; $c=0,5$ м, допускаемые напряжения $[\sigma]=70$ МПа

Подобрать диаметр вала d [мм]

Определение моментов, приложенных к шкивам

Момент, передаваемый передачей 1:

$$M_1 = \frac{N}{\omega} = \frac{30N}{\pi n} = \frac{30 \cdot 31400}{\pi \cdot 300} = 1000,0 \text{ Н м}$$

Момент, передаваемый передачей 2:

$$M_2 = M_1 = 1000,0 \text{ Н м}$$

Определение окружных усилий

Силы натяжения ведущей ветви ремня принимаем равными удвоенному натяжению ведомой ветви:

$$T_1 = 2t_1$$

$$T_2 = 2t_2$$

Моменты, создаваемые на передаче:

$$M_1 = (T_1 - t_1) \cdot \frac{D_1}{2} = t_1 \cdot \frac{D_1}{2}$$

$$M_2 = (T_2 - t_2) \cdot \frac{D_2}{2} = t_2 \cdot \frac{D_2}{2}$$

Окружное усилие передачи 1:

$$t_1 = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 1000,0}{0,5} = 4000,0 \text{ Н}$$

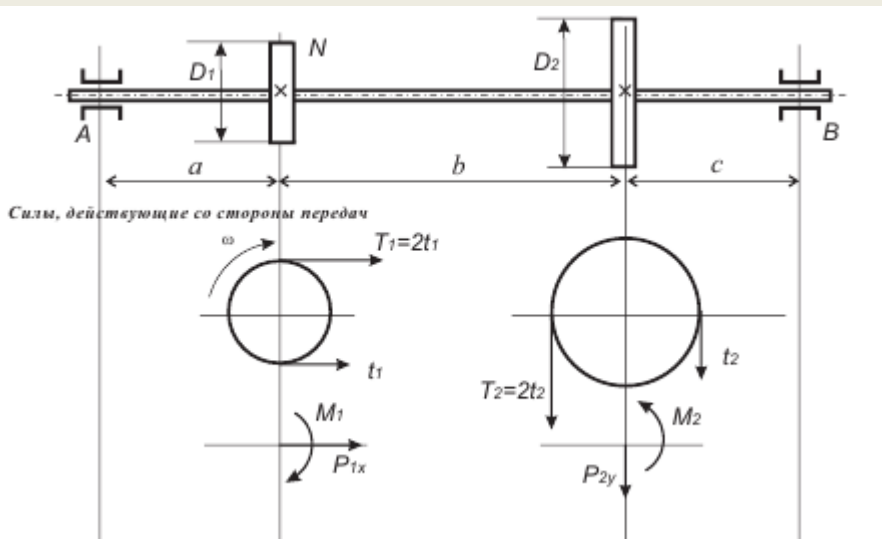
Окружное усилие передачи 2:

$$t_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 1000,0}{1,0} = 2000,0 \text{ Н}$$

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал

Конструктивная схема вала



Силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях

Составляющие усилий, действующих на вал со стороны передачи 1:

$$P_{1x} = T_1 + t_1 = 3t_1 = 12000,0 \text{ Н}$$

$$P_{1y} = 0$$

Составляющие усилий, действующих на вал со стороны передачи 2:

$$P_{2x} = 0$$

$$P_{2y} = T_2 + t_2 = 3t_2 = 6000,0 \text{ Н}$$

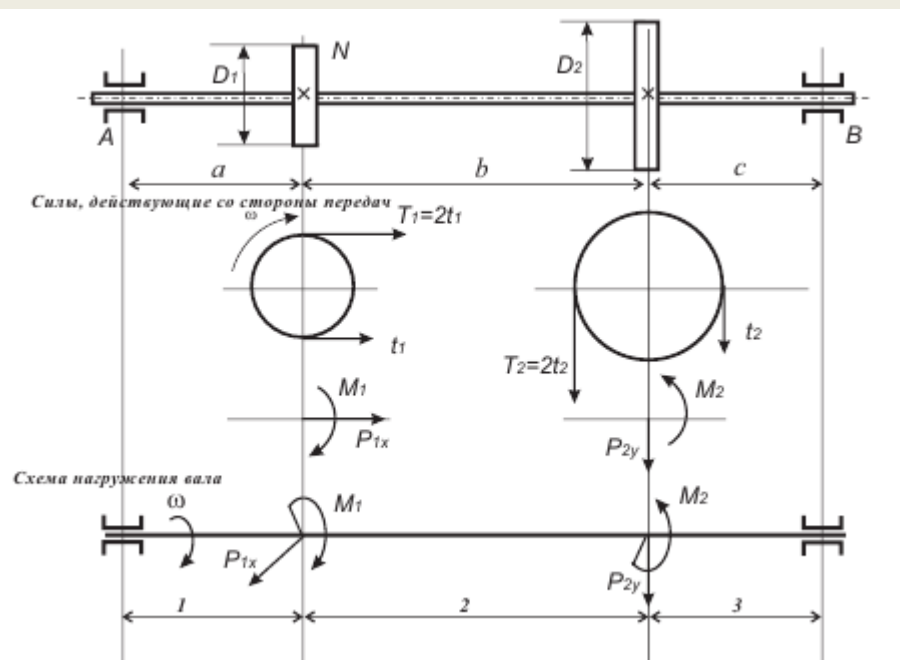
Строим расчетную схему вала

Исходные данные: мощность $N=31,4 \text{ кВт}$, частота $n=300 \text{ об/мин}$, диаметры шкивов $D_1=0,5 \text{ м}$; $D_2=1,0 \text{ м}$, длины участков вала $a=0,5 \text{ м}$; $b=1,0 \text{ м}$; $c=0,5 \text{ м}$, допускаемые напряжения $[\sigma]=70 \text{ МПа}$

Подобрать диаметр вала $d \text{ [мм]}$

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал



Конструктивная схема вала



Расчетная схема вала

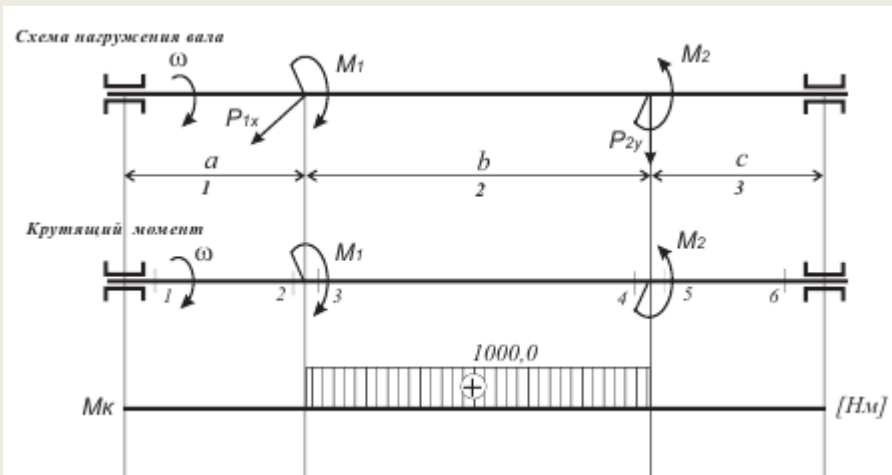
Исходные данные: мощность $N=31,4$ кВт,
частота $n=300$ об/мин, диаметры шкивов
 $D_1=0,5$ м; $D_2=1,0$ м, длины участков вала $a=0,5$
м; $b=1,0$ м; $c=0,5$ м, допускаемые напряжения
 $[\sigma]=70$ МПа

Подобрать диаметр вала d [мм]

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал

Расчетная схема вала



Построение эпюры крутящих моментов

- 1 участок: $M_{k1}=0$,
- 2 участок: $M_{k2}=M_1=1000,0 \text{ Н м}$,
- 3 участок: $M_{k3}=M_1-M_2=0$,

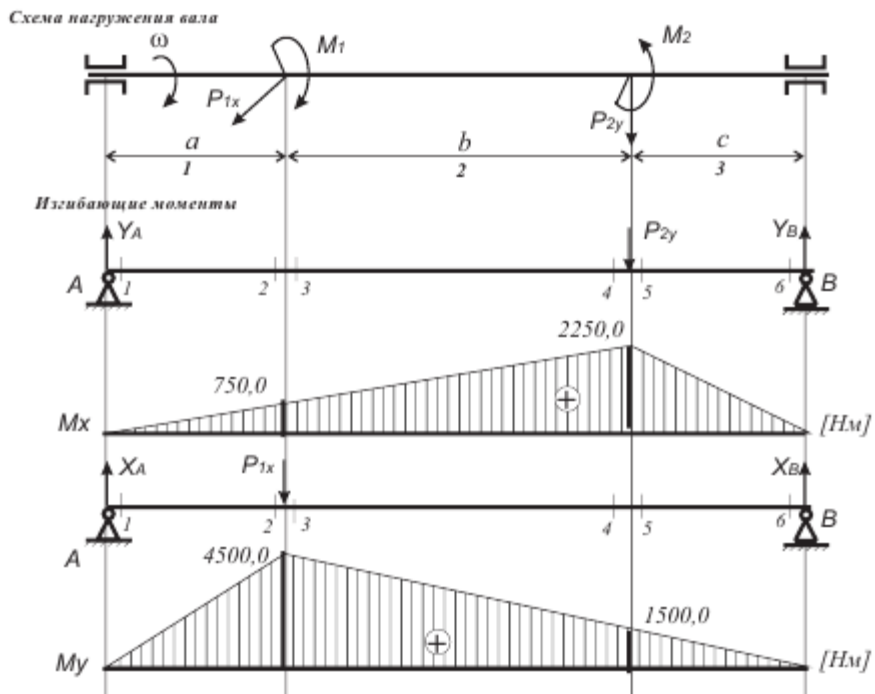
Исходные данные: мощность $N=31,4 \text{ кВт}$,
частота $n=300 \text{ об/мин}$, диаметры шкивов
 $D_1=0,5 \text{ м}$; $D_2=1,0 \text{ м}$, длины участков вала $a=0,5 \text{ м}$;
 $b=1,0 \text{ м}$; $c=0,5 \text{ м}$, допускаемые напряжения
 $[\sigma]=70 \text{ МПа}$

Подобрать диаметр вала $d \text{ [мм]}$

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал

Расчетная схема вала



Примечание:

Вектор момента перпендикулярен плоскости действия момента (теоретическая механика)

Построение эпюр изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил

(поперечными силами пренебрегаем)

Построение эпюры изгибающего момента M_x , действующего в вертикальной плоскости:

$$\begin{cases} \sum m_B(P_{iy}) = 0, \\ \sum m_A(P_{iy}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y_A(a + b + c) - P_{2y}(c) = 0, \\ Y_B(a + b + c) - P_{2y}(a + b) = 0 \end{cases}$$

$$Y_A = \frac{P_{2y}(c)}{a + b + c} = \frac{6000,0 \cdot 0,5}{2,0} = 1500,0 \text{ Н}$$

$$Y_B = \frac{P_{2y}(a + b)}{a + b + c} = \frac{6000,0 \cdot 1,5}{2,0} = 4500,0 \text{ Н}$$

Величины изгибающего момента M_x в характерных сечениях:

$$M_{x1} = 0$$

$$M_{x2} = M_{x3} = Y_A \cdot a = 1500,0 \cdot 0,5 = 750,0 \text{ Н м}$$

$$M_{x4} = Y_A \cdot (a + b) = 1500,0 \cdot 1,5 = 2250,0 \text{ Н м}$$

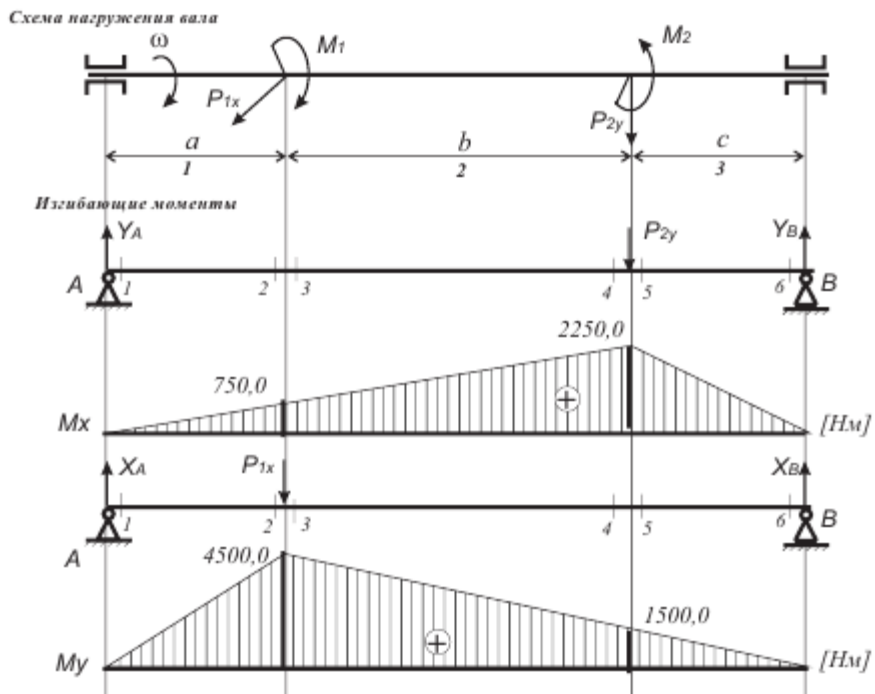
$$M_{x5} = Y_B \cdot c = 4500,0 \cdot 0,5 = 2250,0 \text{ Н м}$$

$$M_{x6} = 0$$

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал

Расчетная схема вала



Примечание:

Вектор момента перпендикулярен плоскости действия момента (теоретическая механика)

Построение эпюр изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил

(поперечными силами пренебрегаем)

Построение эпюры изгибающего момента M_y , действующего в горизонтальной плоскости:

$$\begin{cases} \sum m_B(P_{ix}) = 0, \\ \sum m_A(P_{ix}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_A(a+b+c) - P_{1x}(b+c) = 0, \\ X_B(a+b+c) - P_{1x}(a) = 0 \end{cases}$$

$$X_A = \frac{P_{1x}(b+c)}{a+b+c} = \frac{12000,0 \cdot 1,5}{2,0} = 9000,0 \text{ Н}$$

$$X_B = \frac{P_{1x}(a)}{a+b+c} = \frac{12000,0 \cdot 0,5}{2,0} = 3000,0 \text{ Н}$$

Значения изгибающего момента M_y в характерных сечениях:

$$M_{y1} = 0$$

$$M_{y2} = M_{y3} = X_A \cdot a = 9000,0 \cdot 0,5 = 4500,0 \text{ Н м}$$

$$M_{y4} = X_A \cdot (a+b) - P_{1x} \cdot b = 9000,0 \cdot 1,5 - 12000,0 \cdot 1,0 = 1500,0 \text{ Н м}$$

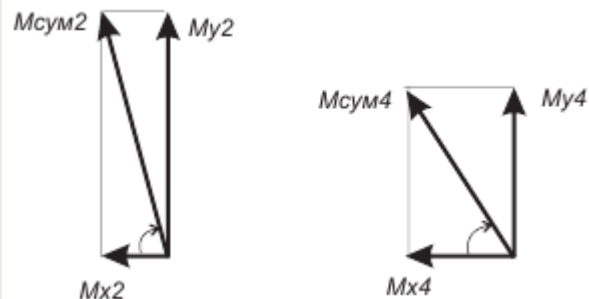
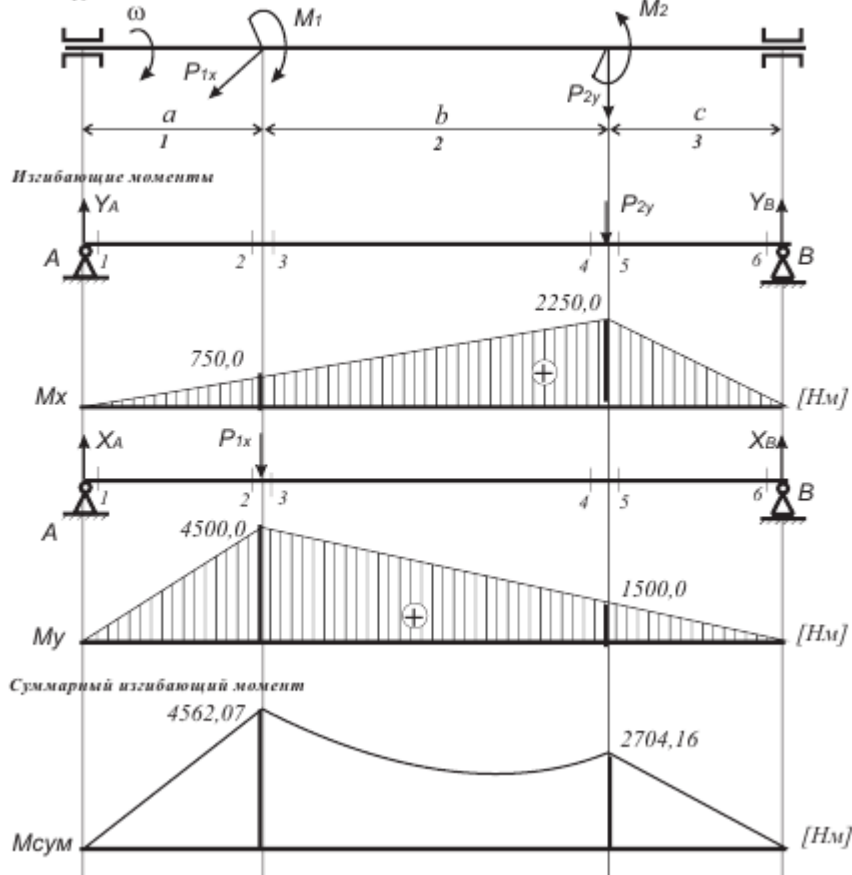
$$M_{y5} = X_B \cdot c = 3000,0 \cdot 0,5 = 1500,0 \text{ Н м}$$

$$M_{y6} = 0$$

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал

Схема нагружения вала



Построение эпюры суммарного изгибающего момента

$$\overline{M}_{\text{сум}} = \overline{M}_x + \overline{M}_y$$

$$M_{\text{сум}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

$$M_{\text{сум}}^1 = 0$$

$$M_{\text{сум}}^2 = M_{\text{сум}}^3 = \sqrt{750,0^2 + 4500,0^2} = 4562,07 \text{ Нм}$$

$$M_{\text{сум}}^4 = M_{\text{сум}}^5 = \sqrt{2250,0^2 + 1500,0^2} = 2704,16 \text{ Нм}$$

$$M_{\text{сум}}^6 = 0$$

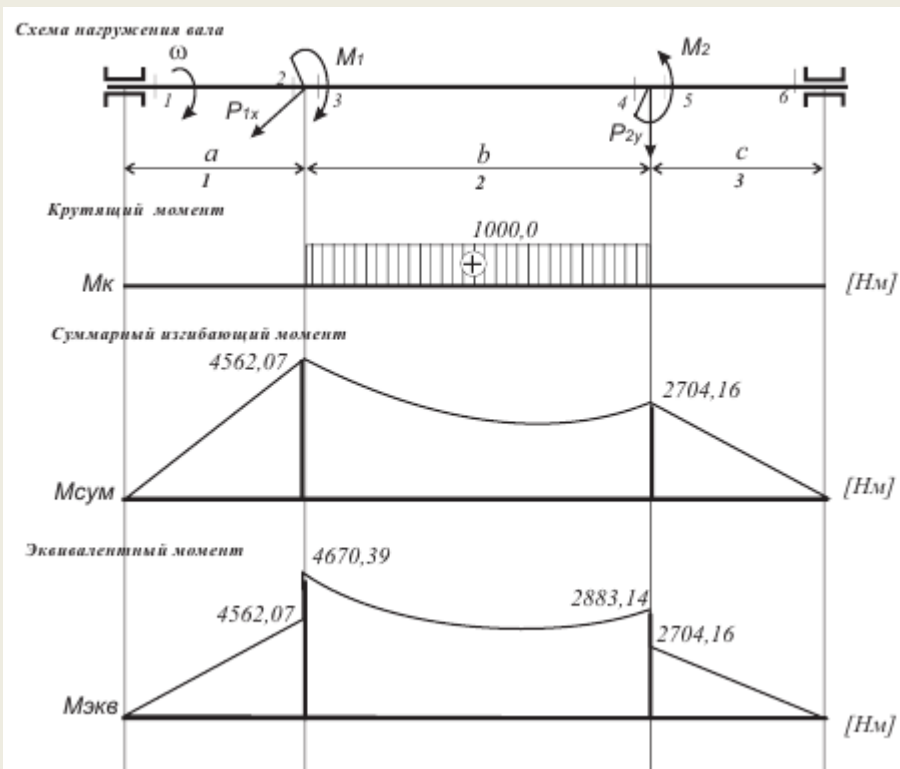
Вектор $\overline{M}_{\text{сум}}$ поворачивается вокруг продольной оси вала, т.е. эпюра $M_{\text{сум}}$ пространственная, за исключением участков,

где M_y и M_x одновременно пересекают нулевую линию.

Плоские участки эпюры изображаются прямыми линиями, пространственные – произвольными кривыми выпуклостью вниз.

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал



Построение эпюры эквивалентных (приведенных) моментов

В каждом сечении вала действуют крутящий M_k и суммарный $M_{сум}$ изгибающий моменты.

Напряжения при совместном действии изгиба и кручения. Условие прочности

От изгибающего момента – нормальные напряжения σ

От крутящего момента – касательные напряжения τ

$$\sigma_{max} = \frac{M_{сум}}{W_x} \quad W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$\tau_{max} = \frac{M_k}{W_p} \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16} = 2W_x$$

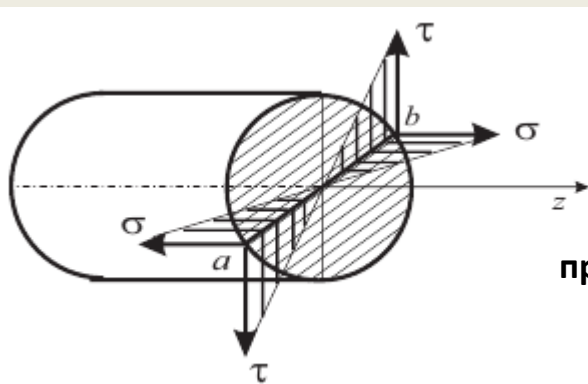
Согласно теории наибольших касательных напряжений (3-я теория прочности), условие прочности при совместном действии изгиба с кручением имеет вид

$$\sigma_{экв}^{max} \leq [\sigma]$$

где эквивалентные напряжения

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M_{сум}}{W_x}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{M_k}{W_p}\right)^2} = \frac{M_{экв}}{W_x}$$

$$M_{экв} = \sqrt{M_{сум}^2 + M_k^2}$$

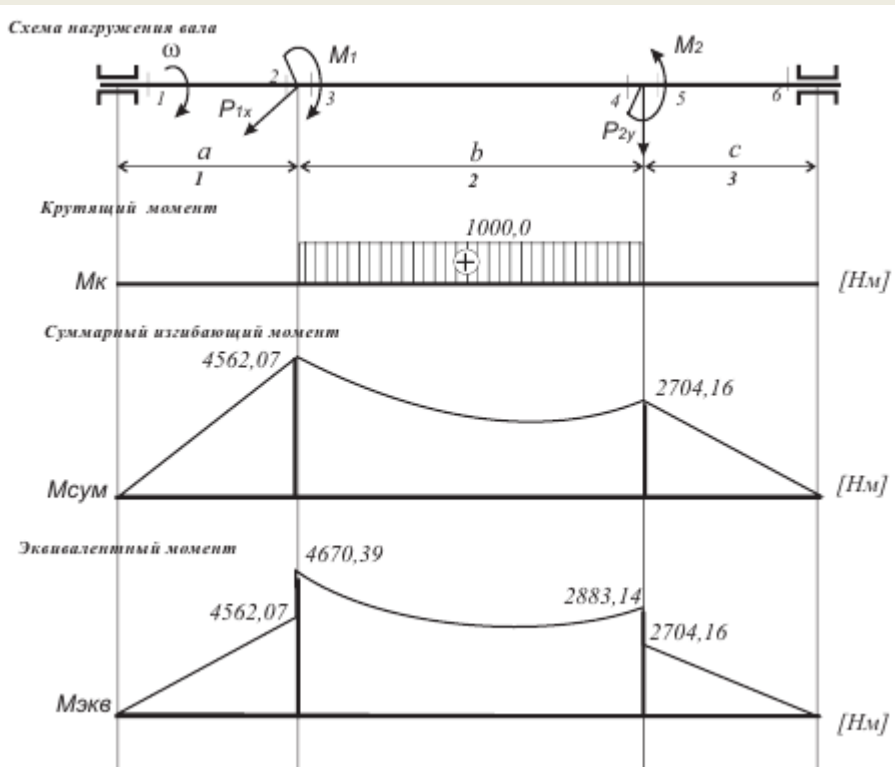


условие прочности при изгибе с кручением

$$\sigma_{экв}^{max} = \frac{M_{экв}^{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал



Построение эпюры эквивалентных (приведенных) моментов

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M_{\text{сум}}^2 + M_{\text{к}}^2}$$

$$M_{\text{экв}}^I = 0$$

$$M_{\text{экв}}^2 = \sqrt{4562,07^2 + 0^2} = 4562,07 \text{ Н м}$$

$$M_{\text{экв}}^3 = \sqrt{4562,07^2 + 1000,0^2} = 4670,39 \text{ Н м}$$

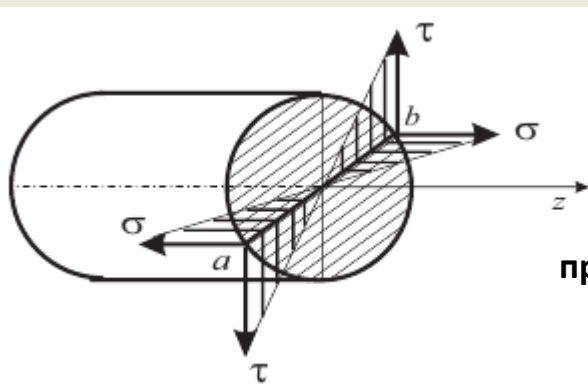
$$M_{\text{экв}}^4 = \sqrt{2704,16^2 + 1000,0^2} = 2883,14 \text{ Н м}$$

$$M_{\text{экв}}^5 = \sqrt{2704,16^2 + 0^2} = 2704,16 \text{ Н м}$$

$$M_{\text{экв}}^6 = 0$$

Эпюра $M_{\text{экв}}$ пространственная, за исключением участков, где крутящий момент $M_{\text{к}} = 0$.

Плоские участки эпюры изображаются прямыми линиями, пространственные – произвольными кривыми выпуклостью вниз.



условие прочности
при изгибе с кручением

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}} = \frac{M_{\text{экв}}^{\text{max}}}{W_x} \leq [\sigma]$$

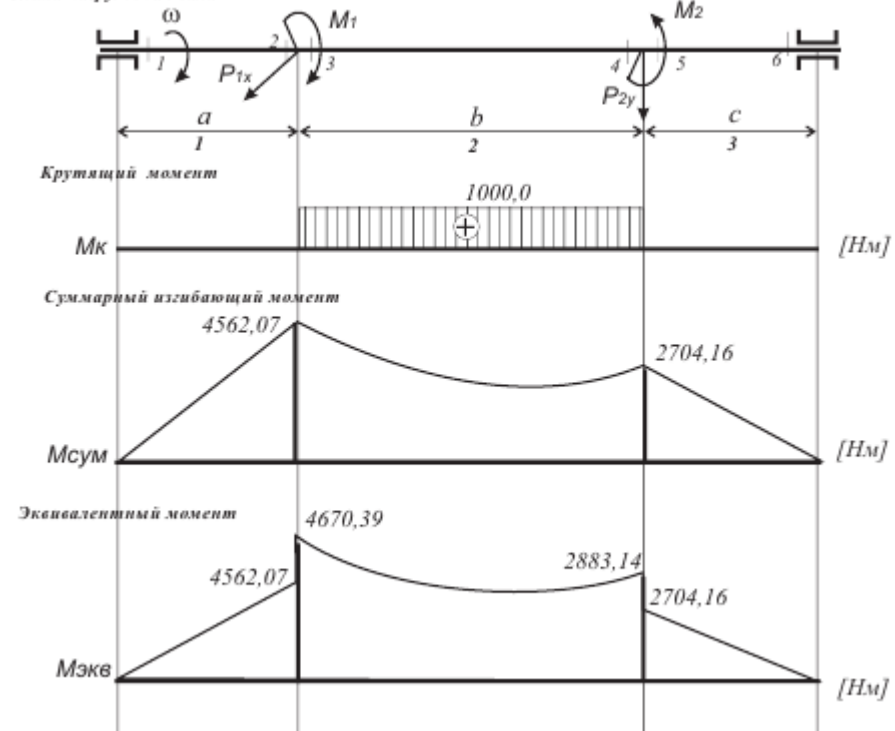
W_x – осевой момент сопротивления сечения

Расчет валов на изгиб с кручением

Контрприводной вал

Определение диаметра вала

Схема нагружения вала



Опасным является сечение, где приведенный момент достигает максимального значения. Условие прочности вала при использовании теории наибольших касательных напряжений (третьей теории прочности) имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}^{\text{max}}}{W_x} \leq [\sigma] = 70 \text{ МПа},$$

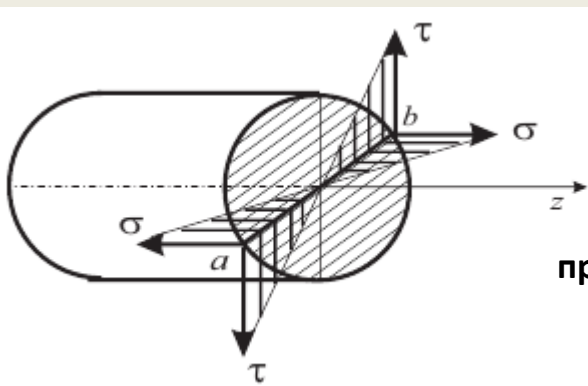
$$\text{где } W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$$

тогда диаметр вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}^{\text{max}}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}^3}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{4670,39}{0,1 \cdot 70 \cdot 10^6}} = 0,0879 \text{ м}$$

Принимаем диаметр равным:

$$d = 88 \text{ мм.}$$

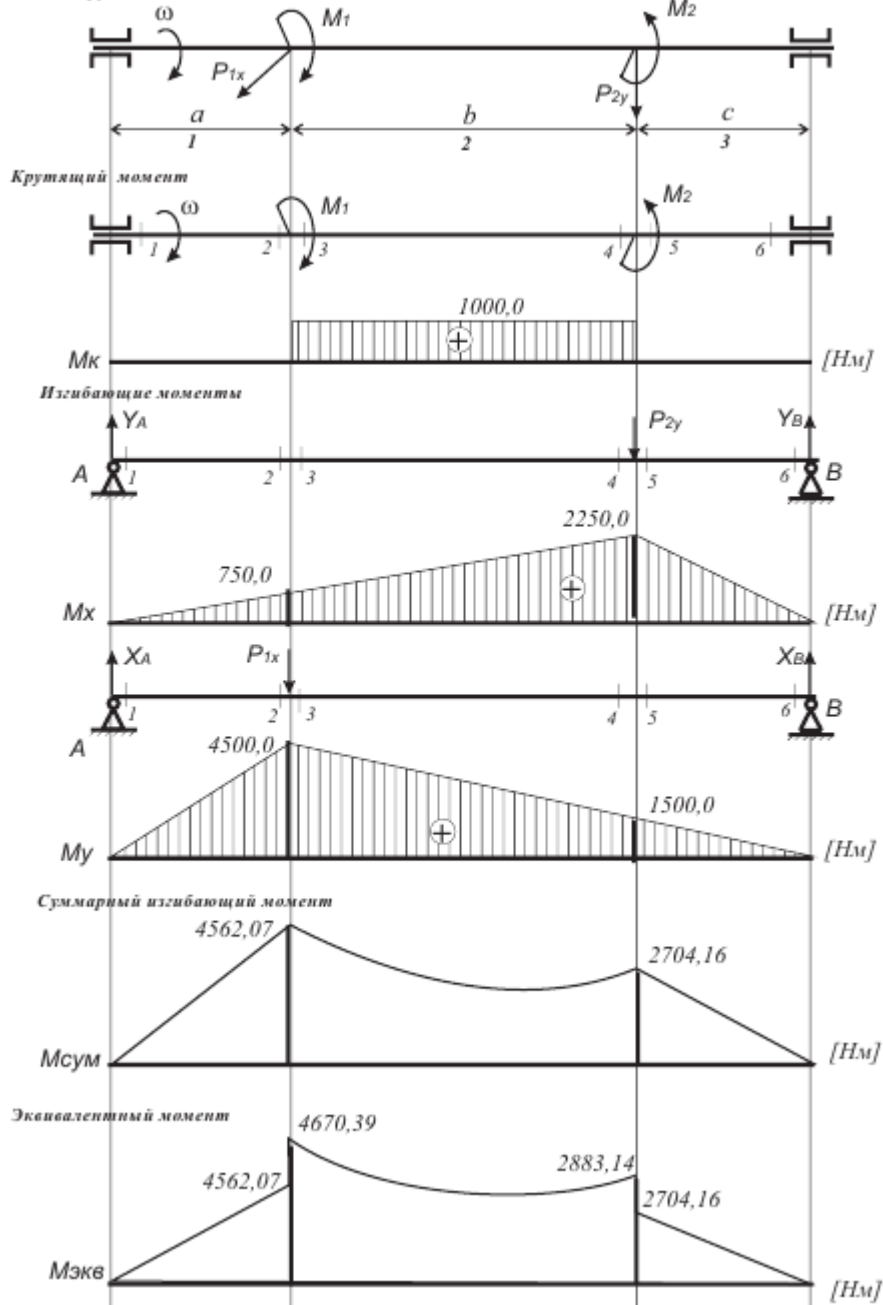


условие прочности
при изгибе с кручением

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}} = \frac{M_{\text{экв}}^{\text{max}}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Порядок расчета вала на изгиб с кручением

Схема нагружения вала



1). Строим эпюру крутящих моментов $M_{кр}$.

2). Строим эпюру изгибающих моментов M_x от действия вертикальных сил.

3). Строим эпюру изгибающих моментов M_y от действия горизонтальных сил.

4). Строим эпюру суммарного изгибающего момента $M_{сум}$ (эпюра пространственная).

$$M_{сум} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

5). Строим эпюру эквивалентного (приведенного) момента $M_{экв}$ (эпюра пространственная).

$$M_{экв} = \sqrt{M_{сум}^2 + M_{кр}^2}$$

6). Определяем диаметр вала из условия прочности при совместном действии изгиба и кручения:

$$\sigma_{экв}^{max} = \frac{M_{экв}^{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

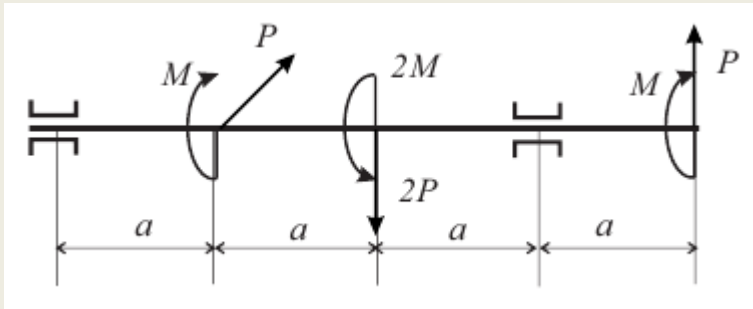
$$W_x = 0,1d^3$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{экв}^{max}}{0,1[\sigma]}}$$

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 1

Расчетная схема вала



Требуется:

- построить эпюру крутящих моментов;
- построить эпюры изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил (поперечными силами пренебрегаем);
- построить эпюру суммарных изгибающих моментов;
- построить эпюру эквивалентных моментов, используя 3-ю теорию прочности;
- найти опасное сечение и определить максимальный эквивалентный момент;
- подобрать диаметр вала d из условия прочности.

Исходные данные:

нагрузка $P=10$ кН, момент $M=Pa$,

длины участков вала $a=1$ м;

допускаемые напряжения $[\sigma]=100$ МПа

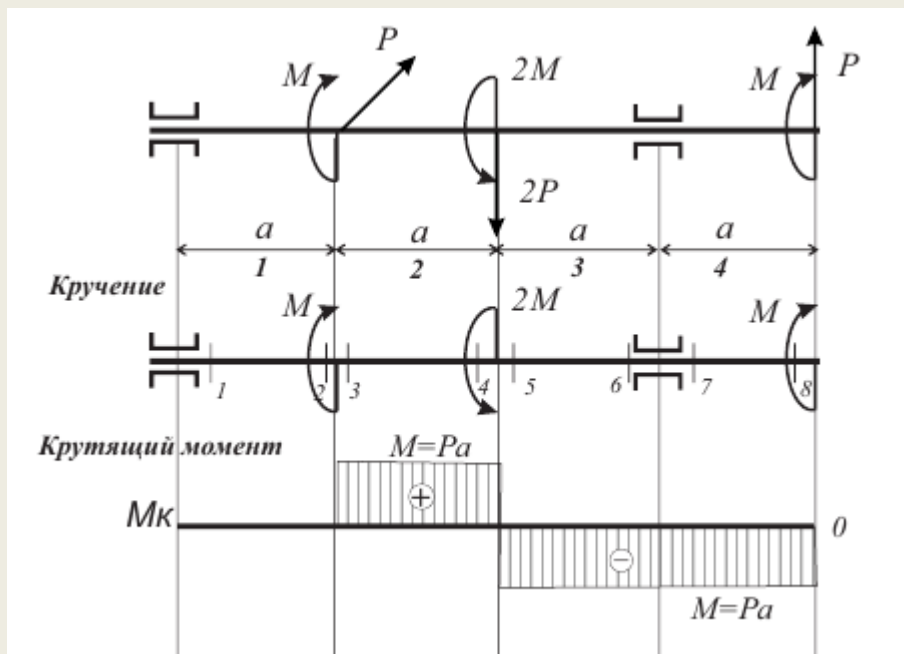
Подобрать диаметр вала d [мм]

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 1

Расчет вала на кручение

Расчетная схема вала



Построение эпюры крутящих моментов

- 1 участок: $M_{к1}=0$,
- 2 участок: $M_{к2}=M=Pa$,
- 3 участок: $M_{к3}=M-2M=-Pa$,
- 4 участок: $M_{к4}=M-2M+M=0$

Исходные данные:

нагрузка $P=10$ кН, момент $M=Pa$,

длины участков вала $a=1$ м;

допускаемые напряжения $[\sigma]=100$ МПа

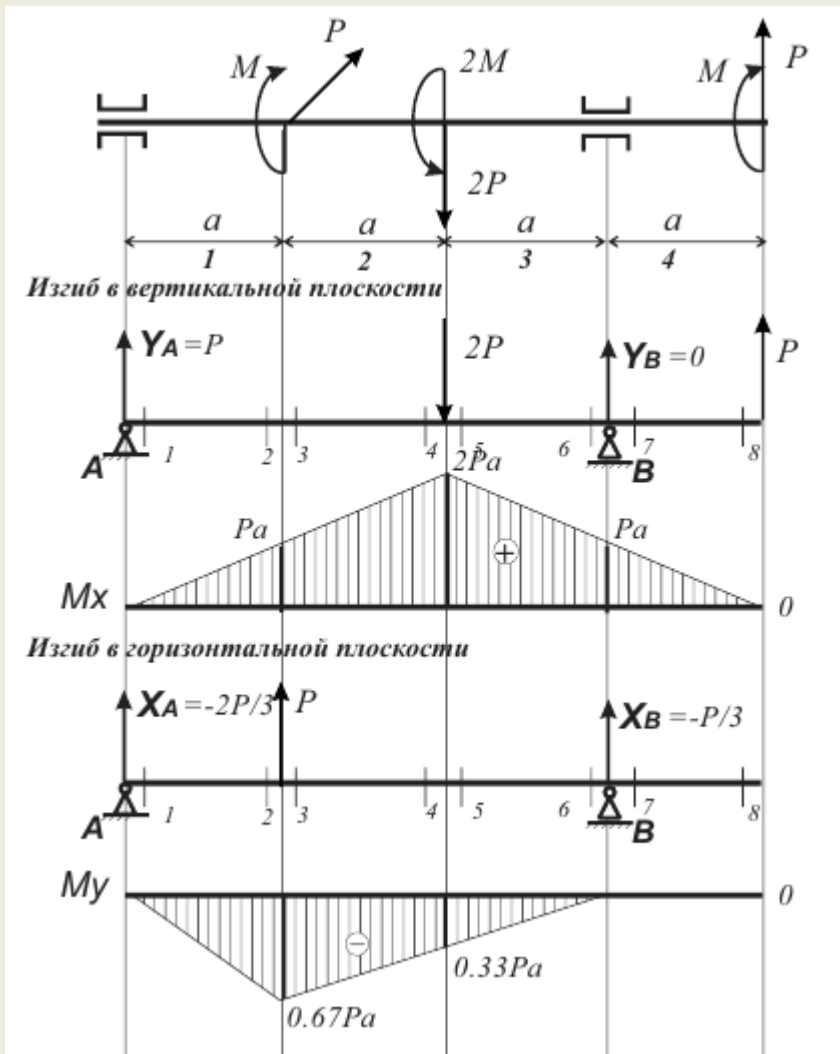
Подобрать диаметр вала d [мм]

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 1

Расчет вала на изгиб

Расчетная схема вала



Построение эпюр изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил

(поперечными силами пренебрегаем)

Построение эпюры изгибающего момента M_x , действующего в вертикальной плоскости:

$$\begin{cases} \sum m_B(P_{iy}) = 0, \\ \sum m_A(P_{iy}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -Y_A \cdot 3a + 2P \cdot a + P \cdot a = 0, \\ Y_B \cdot 3a - 2P \cdot 2a + P \cdot 4a = 0 \end{cases}$$

$$Y_A = \frac{2P \cdot a + P \cdot a}{3a} = P$$

$$Y_B = \frac{2P \cdot 2a - P \cdot 4a}{3a} = 0$$

Правило знаков для момента силы относительно точки



Проверка:

$$\sum P_{iy} = 0 \Rightarrow Y_A + Y_B - 2P + P = 0$$

Значения изгибающего момента M_x в характерных сечениях:

$$M_{x1} = 0$$

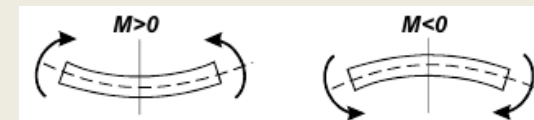
$$M_{x2} = M_{x3} = Y_A \cdot a = Pa$$

$$M_{x4} = M_{x5} = Y_A \cdot 2a = 2Pa$$

$$M_{x6} = M_{x7} = P \cdot a = Pa$$

$$M_{x8} = 0$$

Правило знаков для изгибающих моментов

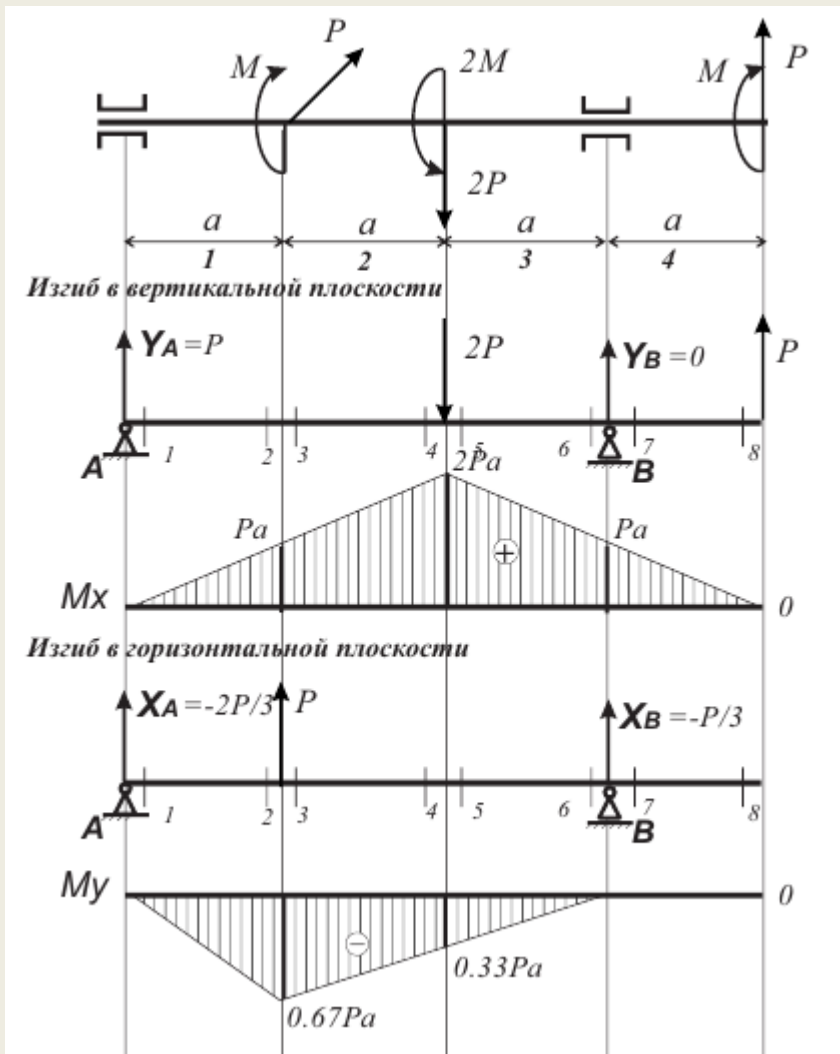


Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 1

Расчет вала на изгиб

Расчетная схема вала



Построение эпюр изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил

(поперечными силами пренебрегаем)

Построение эпюры изгибающего момента M_y , действующего в горизонтальной плоскости:

$$\begin{cases} \sum m_B(P_{ix}) = 0, \\ \sum m_A(P_{ix}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -X_A \cdot 3a - P \cdot 2a = 0, \\ X_B \cdot 3a + P \cdot a = 0 \end{cases}$$

$$X_A = \frac{-2P \cdot a}{3a} = -0.67P$$

Правило знаков для момента силы относительно точки

$$X_B = \frac{-P \cdot a}{3a} = -0.33P$$



Проверка:

$$\sum P_{ix} = 0 \Rightarrow X_A + X_B + P = 0$$

Значения изгибающего момента M_y в характерных сечениях:

$$M_{y1} = 0$$

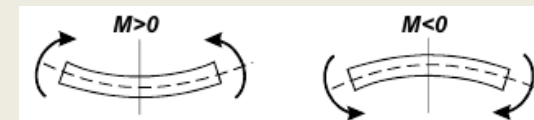
$$M_{y2} = M_{y3} = X_A \cdot a = -0.67Pa$$

$$M_{y4} = M_{y5} = X_A \cdot 2a + P \cdot a = -0.33Pa$$

$$M_{y6} = M_{y7} = 0$$

$$M_{y8} = 0$$

Правило знаков для изгибающих моментов

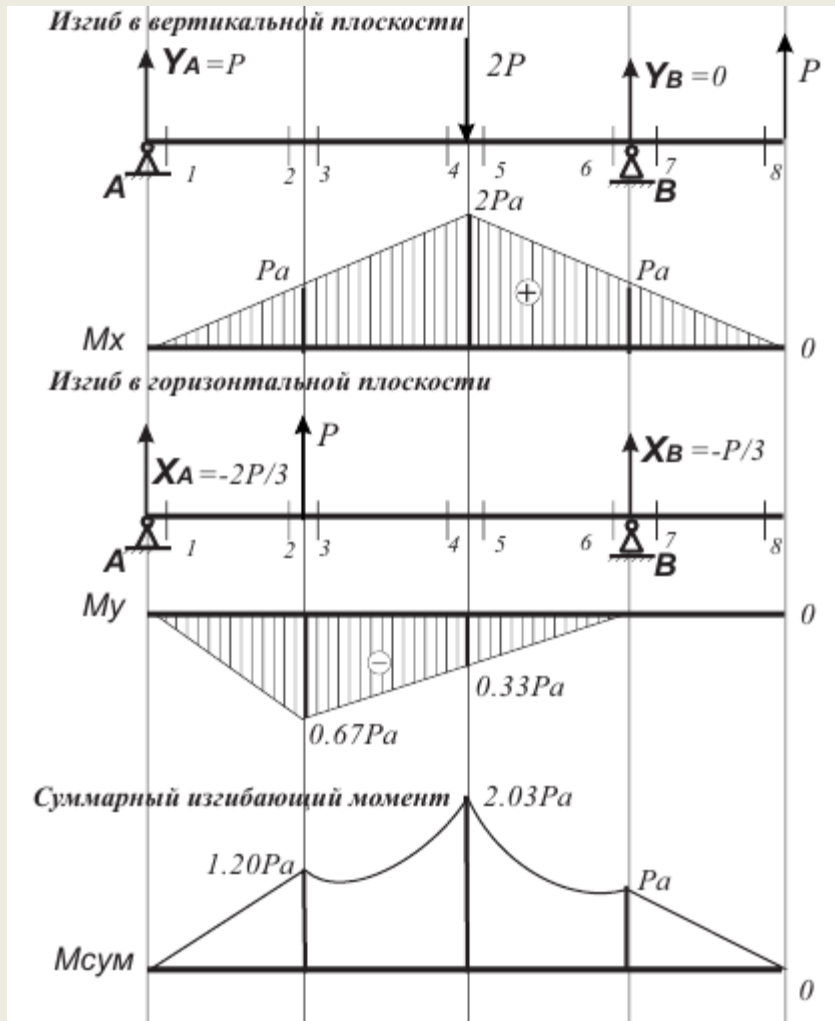


Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 1

Расчет вала на изгиб

Расчетная схема вала



Построение эпюры суммарного изгибающего момента

$$\overline{M}_{\text{сум}} = \overline{M}_x + \overline{M}_y$$

$$M_{\text{сум}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

$$M_{\text{сум}}^1 = 0,$$

$$M_{\text{сум}}^2 = M_{\text{сум}}^3 = \sqrt{(Pa)^2 + (-0.67Pa)^2} = 1.20Pa$$

$$M_{\text{сум}}^4 = M_{\text{сум}}^5 = \sqrt{(2Pa)^2 + (-0.33Pa)^2} = 2.03Pa$$

$$M_{\text{сум}}^6 = M_{\text{сум}}^7 = \sqrt{(Pa)^2 + 0} = Pa$$

$$M_{\text{сум}}^8 = 0.$$

Вектор $\overline{M}_{\text{сум}}$ поворачивается вокруг продольной оси вала, т.е. эпюра $M_{\text{сум}}$ пространственная, за исключением участков, где M_y и M_x одновременно пересекают нулевую линию.

Плоские участки эпюры изображаются прямыми линиями, пространственные – произвольными кривыми выпуклостью вниз.

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 1

Расчет вала по третьей теории прочности
(теории наибольших касательных напряжений)



Построение эпюры эквивалентных (приведенных) моментов

$$M_{экв} = \sqrt{M_{к}^2 + M_{сум}^2}$$

$$M_{экв}^1 = 0$$

$$M_{экв}^2 = \sqrt{0 + (1.20Pa)^2} = 1.20Pa$$

$$M_{экв}^3 = \sqrt{(Pa)^2 + (2.03Pa)^2} = 2.26Pa$$

$$M_{экв}^4 = \sqrt{(Pa)^2 + (2.03Pa)^2} = 2.26Pa$$

$$M_{экв}^5 = \sqrt{(-Pa)^2 + (2.03Pa)^2} = 2.26Pa$$

$$M_{экв}^6 = M_{экв}^7 = \sqrt{(-Pa)^2 + (Pa)^2} = 1.41Pa$$

$$M_{экв}^8 = 0$$

Эпюра $M_{экв}$ пространственная, за исключением участков, где крутящий момент $M_{к} = 0$.

Плоские участки эпюры изображаются прямыми линиями, пространственные – произвольными кривыми выпуклостью вниз.

условие прочности при изгибе с кручением

$$\sigma_{экв}^{max} = \frac{M_{экв}^{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

W_x – осевой момент сопротивления сечения

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 1 Расчет вала по третьей теории прочности

Определение диаметра вала



Опасным является сечение, где приведенный момент достигает максимального значения. Условие прочности вала при использовании теории наибольших касательных напряжений (третьей теории прочности) имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}^{\text{max}}}{W_x} = \frac{M_{\text{экв}}^{4,5}}{W_x} \leq [\sigma] = 100 \text{ МПа},$$

$$\text{где } W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$$

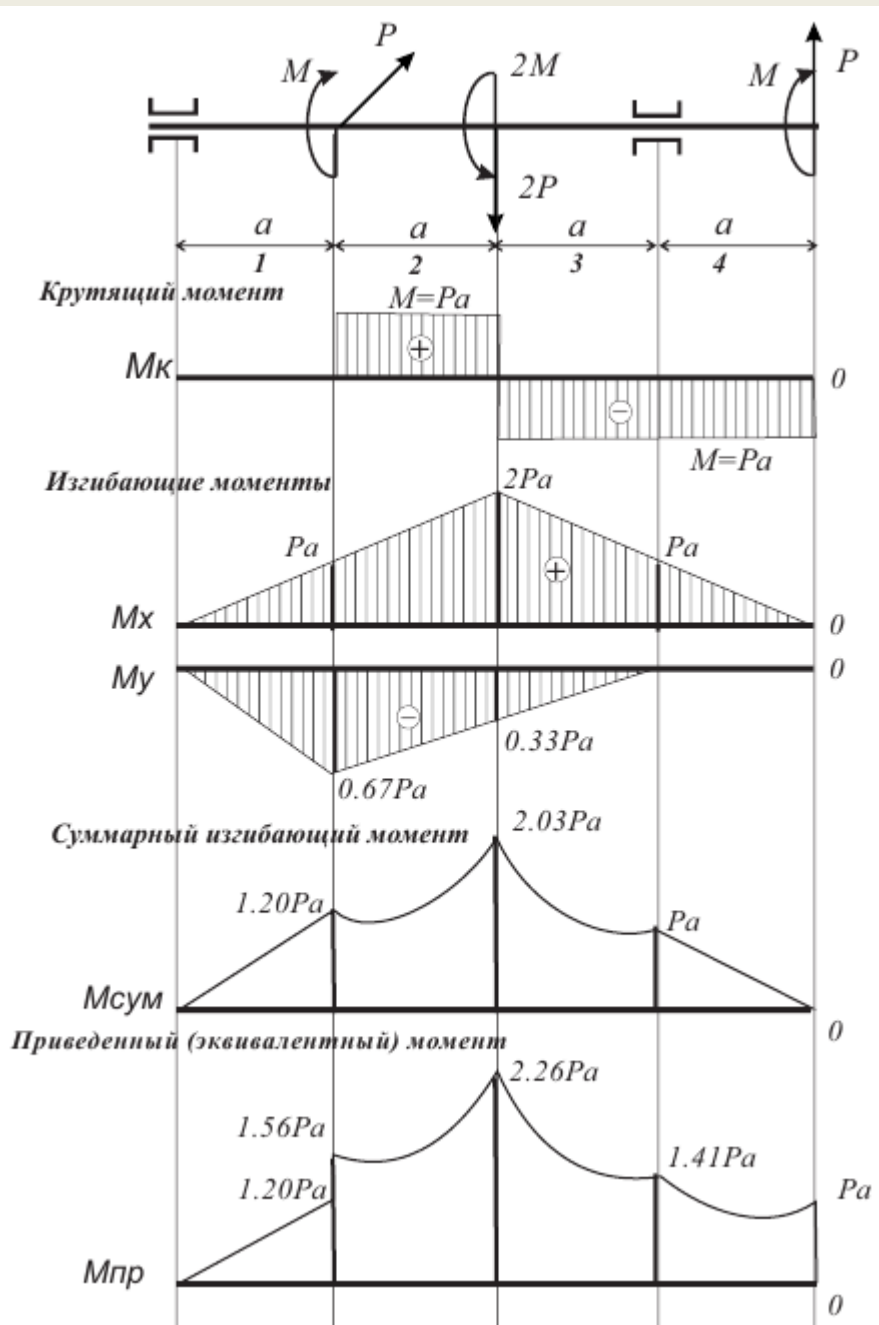
тогда диаметр вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}^{4,5}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{2,26 Pa}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{2,26 \cdot 10000 \cdot 1}{0,1 \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0,1312 \text{ м}$$

Принимаем диаметр равным:

$$d = 132 \text{ мм.}$$

Порядок расчета вала на изгиб с кручением



1). Строим эпюру крутящих моментов $M_{кр}$.

2). Строим эпюру изгибающих моментов M_x от действия вертикальных сил.

3). Строим эпюру изгибающих моментов M_y от действия горизонтальных сил.

4). Строим эпюру суммарного изгибающего момента $M_{сум}$ (эпюра пространственная).

$$M_{сум} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

5). Строим эпюру эквивалентного (приведенного) момента $M_{экр}$ (эпюра пространственная).

$$M_{экр} = \sqrt{M_{кр}^2 + M_{сум}^2}$$

6). Определяем диаметр вала из условия прочности при совместном действии изгиба и кручения:

$$\sigma_{экр}^{max} = \frac{M_{экр}^{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

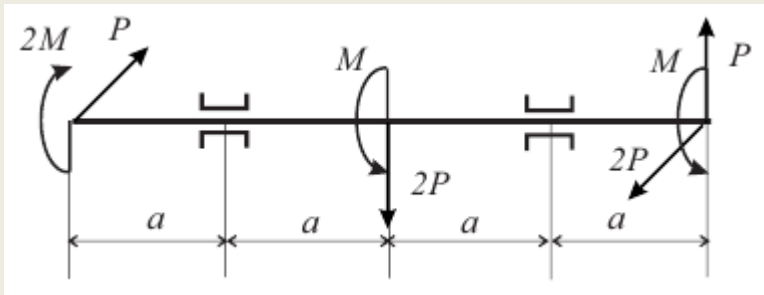
$$W_x = 0,1d^3$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{экр}^{max}}{0,1[\sigma]}}$$

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 2

Расчетная схема вала



Требуется:

- построить эпюру крутящих моментов;
- построить эпюры изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил (поперечными силами пренебрегаем);
- построить эпюру суммарных изгибающих моментов;
- построить эпюру эквивалентных моментов, используя 3-ю теорию прочности;
- найти опасное сечение и определить максимальный эквивалентный момент;
- подобрать диаметр вала d из условия прочности.

Исходные данные:

нагрузка $P=10$ кН, момент $M=Pa$,

длины участков вала $a=1$ м;

допускаемые напряжения $[\sigma]=100$ МПа

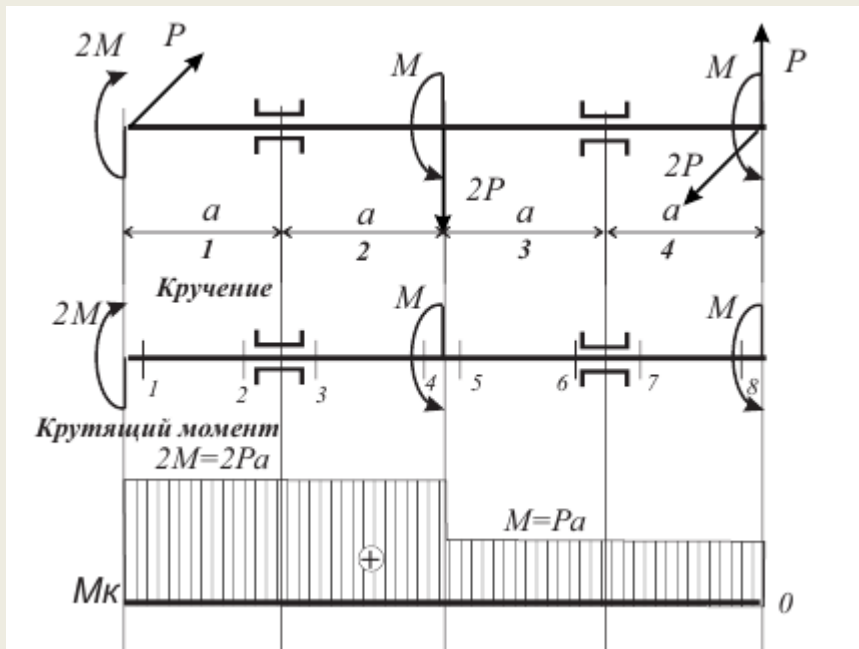
Подобрать диаметр вала d [мм]

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 2

Расчет вала на кручение

Расчетная схема вала



Построение эпюры крутящих моментов

1 участок: $M_{к1} = 2M = 2Pa$,

2 участок: $M_{к2} = 2M = 2Pa$,

3 участок: $M_{к3} = 2M - M = 2M - M = Pa = Pa$,

4 участок: $M_{к3} = 2M - M = 2M - M = Pa = Pa$

Исходные данные:

нагрузка $P = 10$ кН, момент $M = Pa$,

длины участков вала $a = 1$ м;

допускаемые напряжения $[\sigma] = 100$ МПа

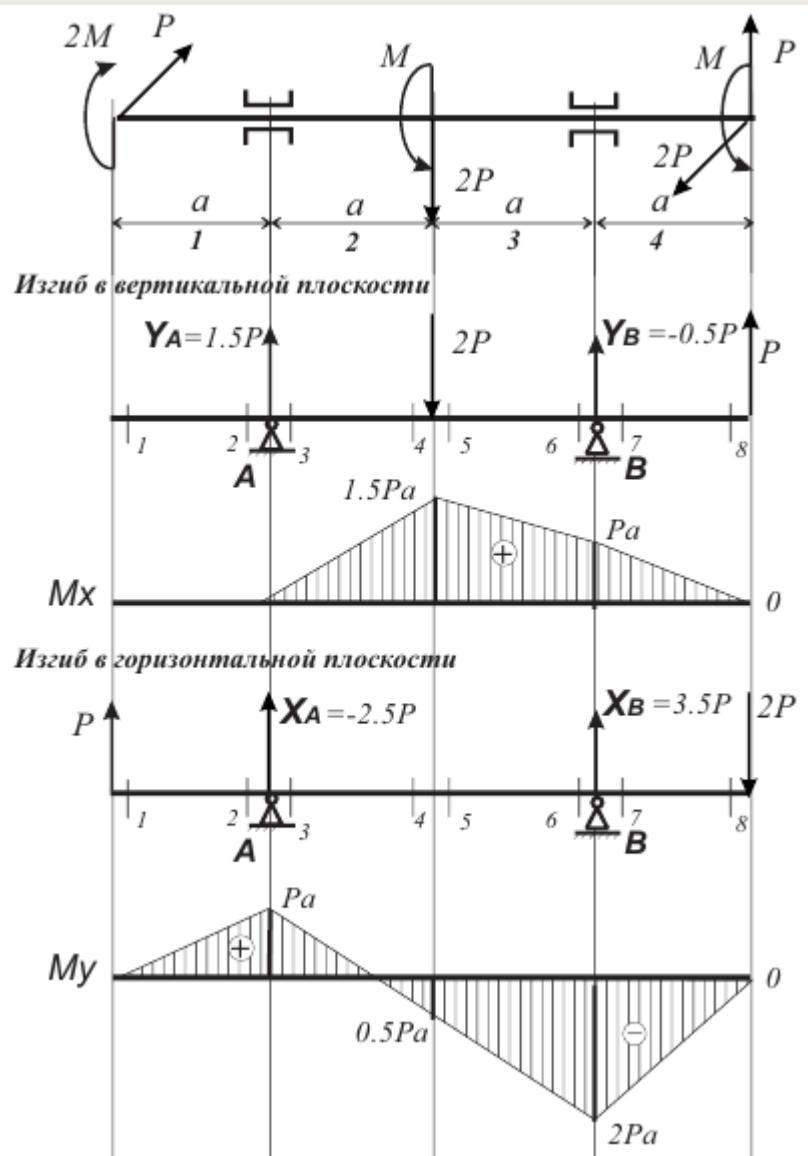
Подобрать диаметр вала d [мм]

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 2

Расчет вала на изгиб

Расчетная схема вала



Построение эпюр изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил

(поперечными силами пренебрегаем)

Построение эпюры изгибающего момента M_x , действующего в вертикальной плоскости:

$$\begin{cases} \sum m_B(P_{iy}) = 0, \\ \sum m_A(P_{iy}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -Y_A \cdot 2a + 2P \cdot a + P \cdot a = 0, \\ Y_B \cdot 2a - 2P \cdot a + P \cdot 3a = 0 \end{cases}$$

$$Y_A = \frac{2P \cdot a + P \cdot a}{2a} = 1,5P$$

Правило знаков для момента силы относительно точки

$$Y_B = \frac{2P \cdot a - P \cdot 3a}{2a} = -0,5P$$



Проверка:

$$\sum P_{iy} = 0 \Rightarrow Y_A + Y_B - 2P + P = 0$$

Значения изгибающего момента M_x в характерных сечениях:

$$M_{x1} = 0$$

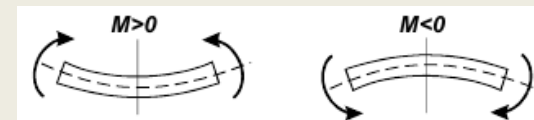
$$M_{x2} = M_{x3} = 0$$

$$M_{x4} = M_{x5} = Y_A \cdot a = 1,5Pa$$

$$M_{x6} = M_{x7} = P \cdot a = Pa$$

$$M_{x8} = 0$$

Правило знаков для изгибающих моментов

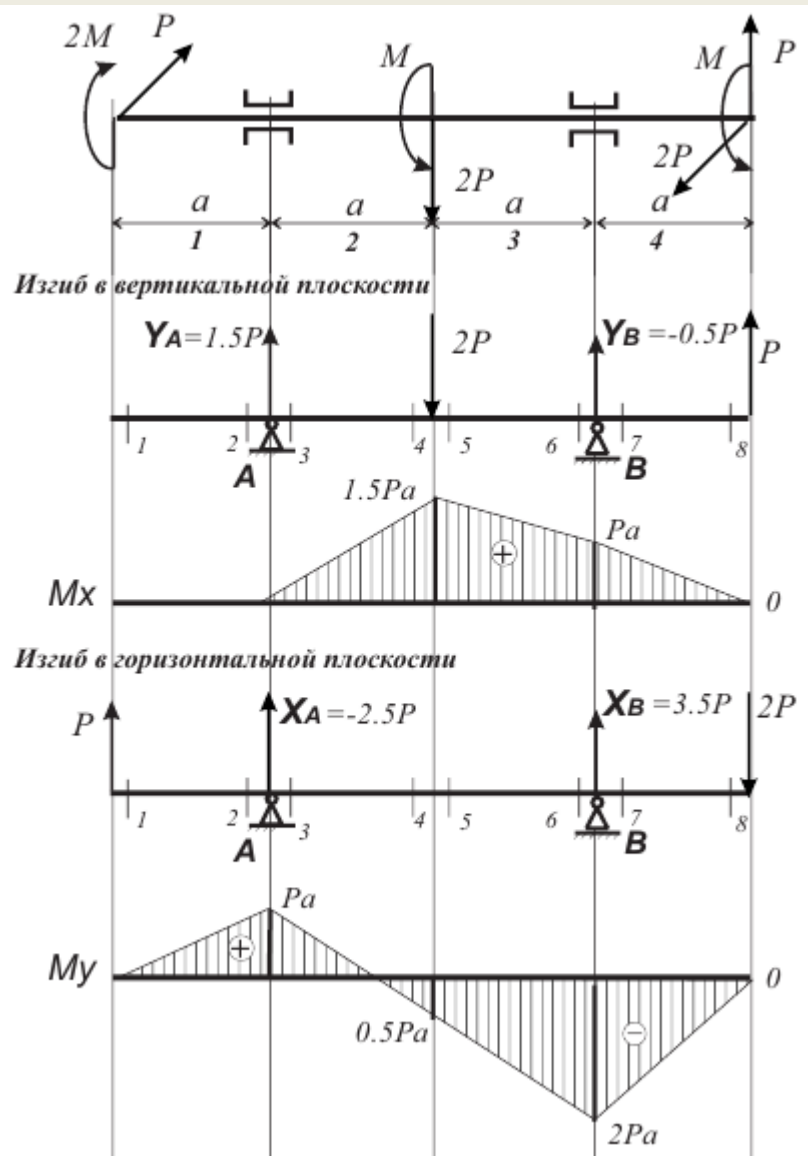


Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 2

Расчет вала на изгиб

Расчетная схема вала



Построение эпюр изгибающих моментов от вертикальных и горизонтальных сил

(поперечными силами пренебрегаем)

Построение эпюры изгибающего момента M_y , действующего в горизонтальной плоскости:

$$\begin{cases} \sum m_B(P_{ix}) = 0, \\ \sum m_A(P_{ix}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -X_A \cdot 2a - P \cdot 3a - 2P \cdot a = 0, \\ X_B \cdot 2a - P \cdot a - 2P \cdot 3a = 0 \end{cases}$$

$$X_A = \frac{-P \cdot 3a - 2P \cdot a}{2a} = -2.5P$$

Правило знаков для момента силы относительно точки

$$X_B = \frac{P \cdot a + 2P \cdot 3a}{2a} = 3.5P$$



Проверка: $\sum P_{ix} = 0 \Rightarrow X_A + X_B + P - 2P = 0$

Значения изгибающего момента M_y в характерных сечениях:

$$M_{y1} = 0$$

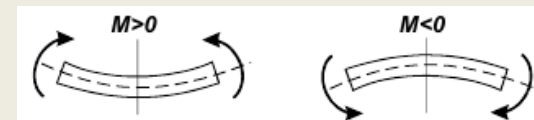
$$M_{y2} = M_{y3} = P \cdot a = Pa$$

$$M_{y4} = M_{y5} = P \cdot 2a + X_A \cdot a = -0.5Pa$$

$$M_{y6} = M_{y7} = -2P \cdot a = -2Pa$$

$$M_{y8} = 0$$

Правило знаков для изгибающих моментов

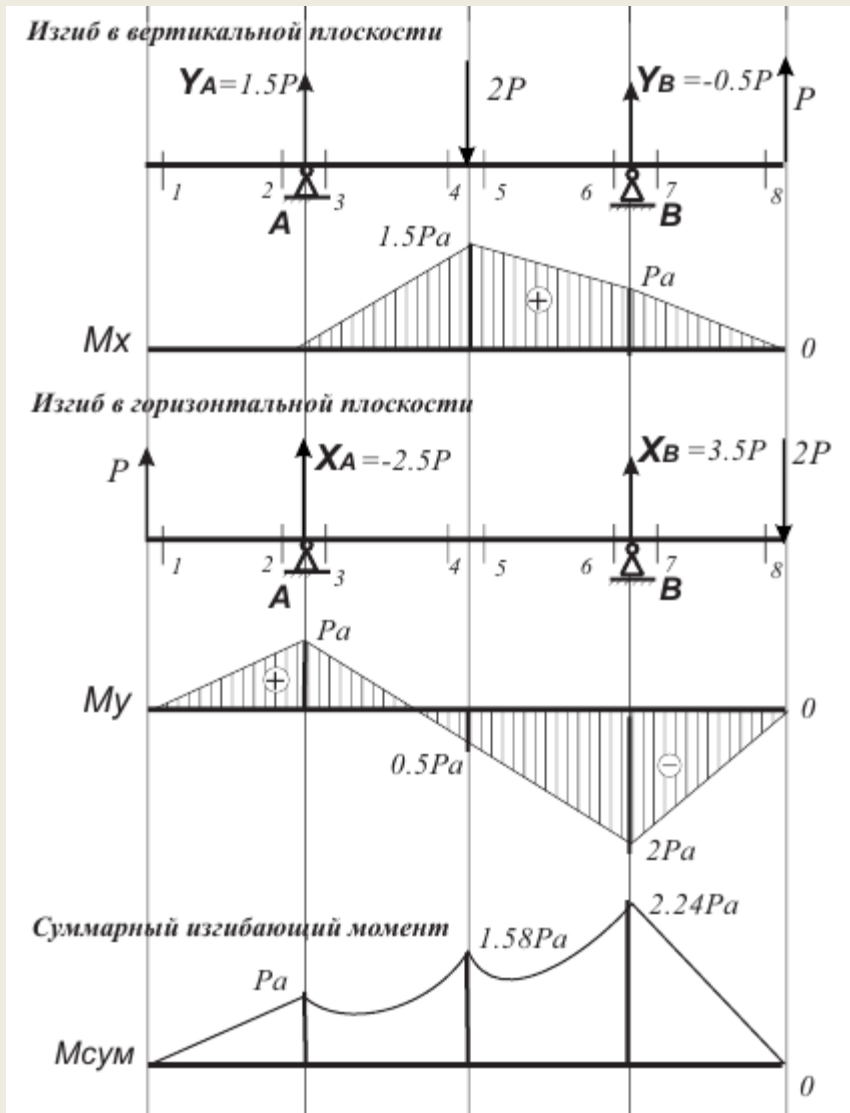


Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 2

Расчет вала на изгиб

Расчетная схема вала



Построение эпюры суммарного изгибающего момента

$$\bar{M}_{\text{сум}} = \bar{M}_x + \bar{M}_y$$

$$M_{\text{сум}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

$$M_{\text{сум}}^1 = 0,$$

$$M_{\text{сум}}^2 = M_{\text{сум}}^3 = \sqrt{0 + (Pa)^2} = Pa$$

$$M_{\text{сум}}^4 = M_{\text{сум}}^5 = \sqrt{(1.5Pa)^2 + (-0.5Pa)^2} = 1.58Pa$$

$$M_{\text{сум}}^6 = M_{\text{сум}}^7 = \sqrt{(Pa)^2 + (-2Pa)^2} = 2.24Pa$$

$$M_{\text{сум}}^8 = 0.$$

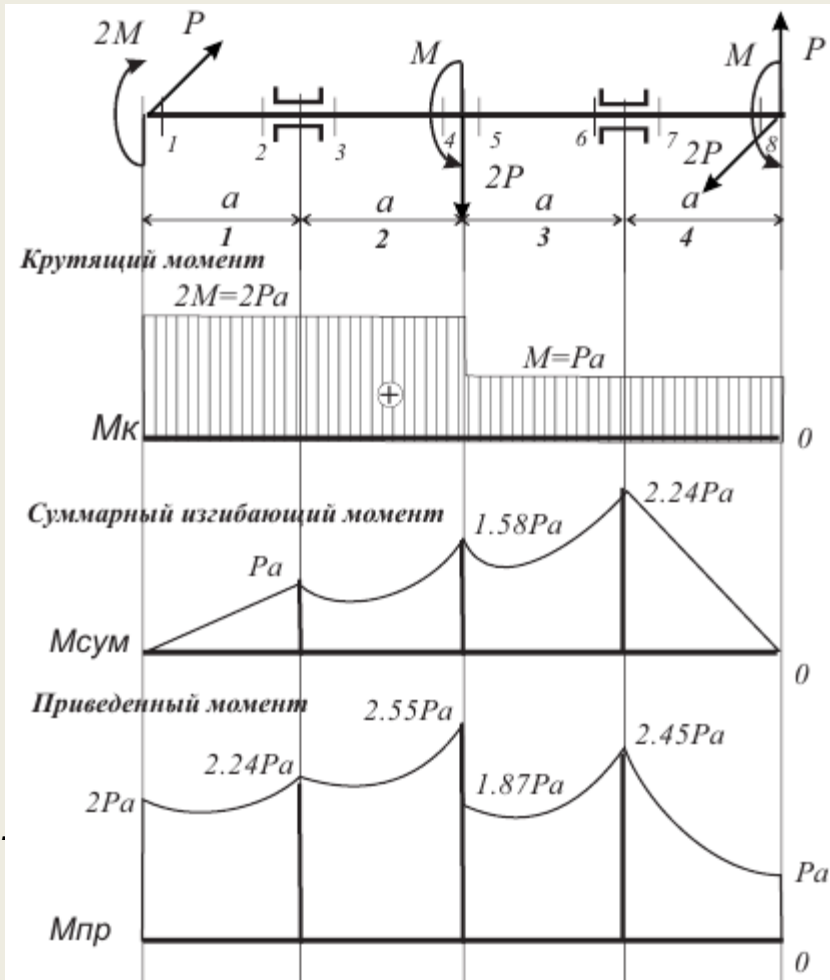
Вектор $\bar{M}_{\text{сум}}$ поворачивается вокруг продольной оси вала, т.е. эпюра $M_{\text{сум}}$ пространственная, за исключением участков, где M_y и M_x одновременно пересекают нулевую линию.

Плоские участки эпюры изображаются прямыми линиями, пространственные – произвольными кривыми выпуклостью вниз.

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 2

Расчет вала по третьей теории прочности
(теории наибольших касательных напряжений)



Построение эпюры эквивалентных (приведенных) моментов

$$M_{экв} = \sqrt{M_k^2 + M_{сум}^2}$$

$$M_{экв}^1 = \sqrt{(2Pa)^2 + 0} = 2Pa$$

$$M_{экв}^2 = M_{экв}^3 = \sqrt{(2Pa)^2 + (Pa)^2} = 2.24Pa$$

$$M_{экв}^4 = \sqrt{(2Pa)^2 + (1.58Pa)^2} = 2.55Pa$$

$$M_{экв}^5 = \sqrt{(Pa)^2 + (1.58Pa)^2} = 1.87Pa$$

$$M_{экв}^6 = M_{экв}^7 = \sqrt{(Pa)^2 + (2.24Pa)^2} = 2.45Pa$$

$$M_{экв}^8 = \sqrt{(Pa)^2 + 0} = Pa$$

Эпюра $M_{экв}$ пространственная, за исключением участков, где крутящий момент $M_k = 0$.

Плоские участки эпюры изображаются прямыми линиями, пространственные – произвольными кривыми выпуклостью вниз.

условие прочности при изгибе с кручением

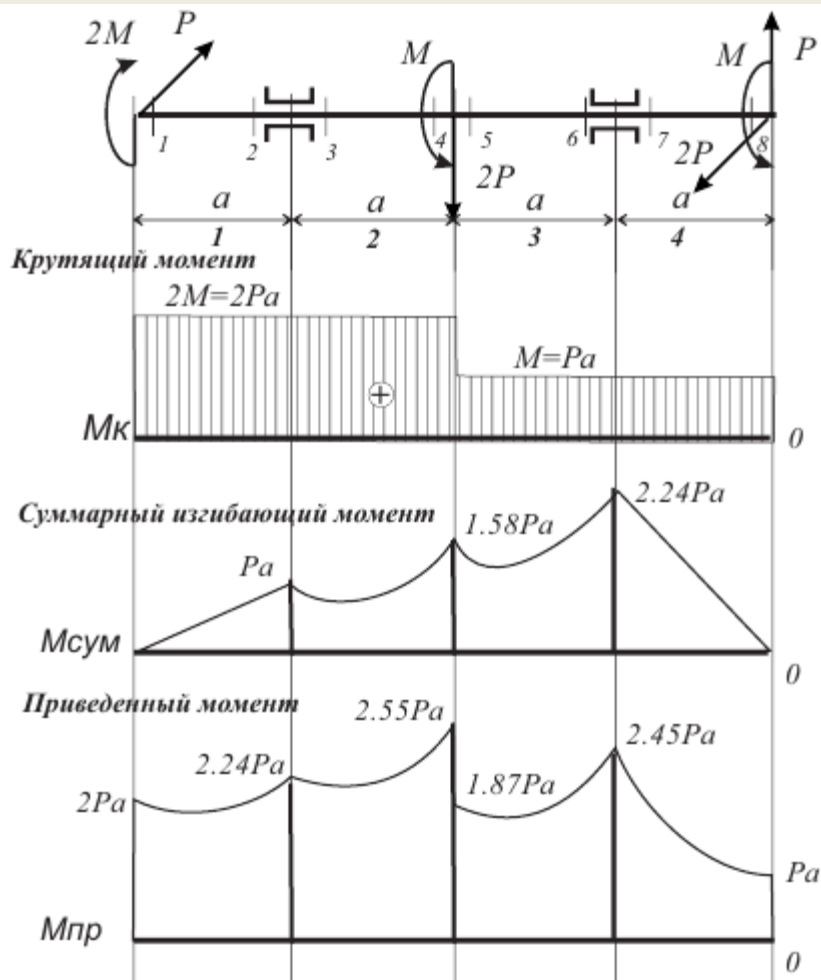
$$\sigma_{экв}^{max} = \frac{M_{экв}^{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

W_x – осевой момент сопротивления сечения

Расчет валов на изгиб с кручением

Задача 2 Расчет вала по третьей теории прочности

Определение диаметра вала



Опасным является сечение, где приведенный момент достигает максимального значения. Условие прочности вала при использовании теории наибольших касательных напряжений (третьей теории прочности) имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}^{\text{max}}}{W_x} = \frac{M_{\text{экв}}^4}{W_x} \leq [\sigma] = 100 \text{ МПа},$$

$$\text{где } W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$$

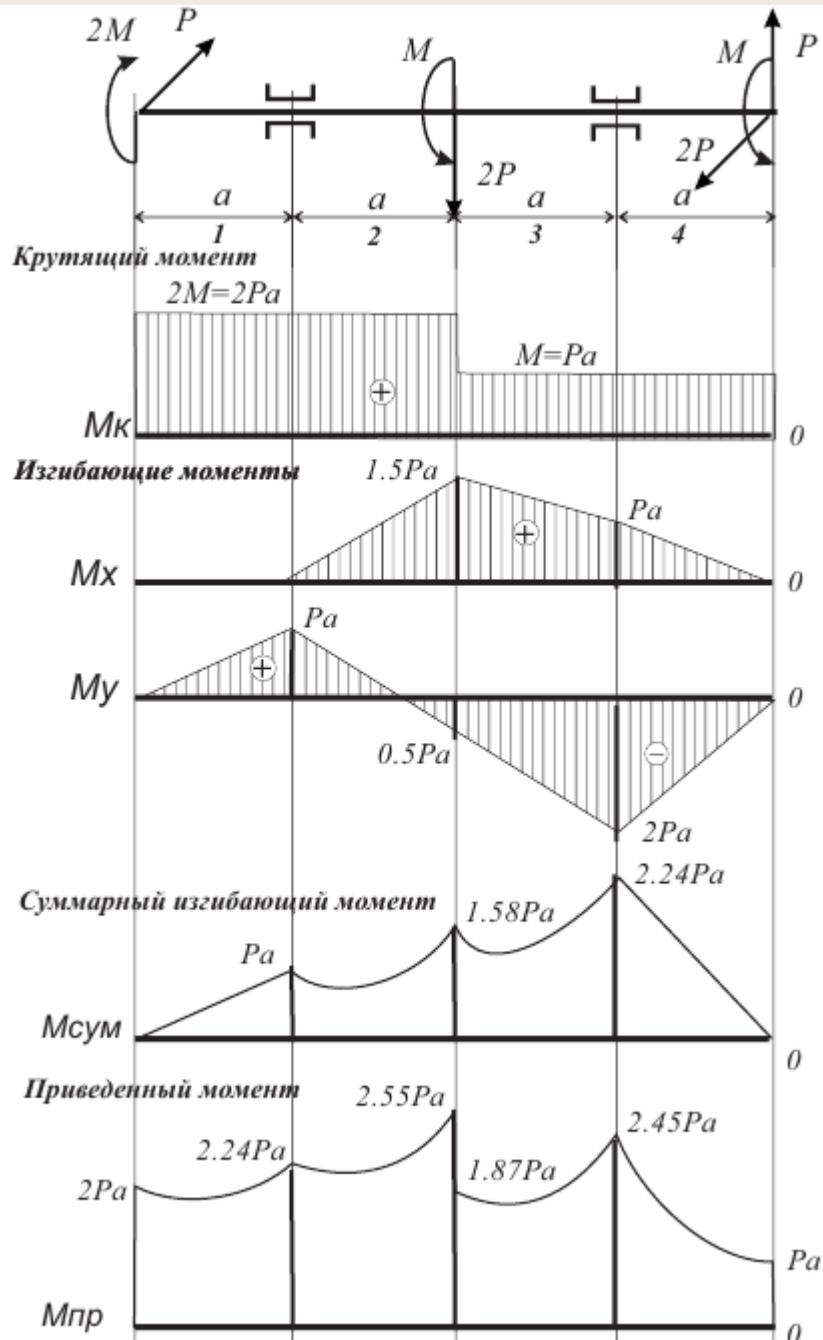
тогда диаметр вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}^4}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{2,55Pa}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{2,55 \cdot 10000 \cdot 1}{0,1 \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0,1366 \text{ м}$$

Принимаем диаметр равным:

$$d = 137 \text{ мм.}$$

Порядок расчета вала на изгиб с кручением



1). Строим эпюру крутящих моментов $M_{кр}$.

2). Строим эпюру изгибающих моментов M_x от действия вертикальных сил.

3). Строим эпюру изгибающих моментов M_y от действия горизонтальных сил.

4). Строим эпюру суммарного изгибающего момента $M_{сум}$ (эпюра пространственная).

$$M_{сум} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

5). Строим эпюру эквивалентного (приведенного) момента $M_{экв}$ (эпюра пространственная).

$$M_{экв} = \sqrt{M_{кр}^2 + M_{сум}^2}$$

6). Определяем диаметр вала из условия прочности при совместном действии изгиба и кручения:

$$\sigma_{экв}^{max} = \frac{M_{экв}^{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$W_x = 0,1d^3$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{экв}^{max}}{0,1[\sigma]}}$$